

基于不完全重合信号的单快拍 DOA 估计算法研究

曲明超^{1,2}, 司伟建^{1,2}, 袁雅芝^{1,2}

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工程大学先进船舶通信与信息技术工业和信息化部重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对传统波达方向 (DOA) 估计算法没有充分利用有源诱饵和雷达的信号特征, 导致反辐射导弹的角度分辨能力差的问题, 提出了一种基于不完全重合信号的极化敏感阵列单快拍测向算法。首先, 对阵列接收到的单快拍数据进行极化平滑处理; 然后, 利用雷达信号和诱饵信号是不完全重合信号的特点, 对构造的共轭复制增广矩阵进行差分, 得到各信号的共轭复制增广矩阵; 最后, 通过求解凸优化问题分别求解每个信号的 DOA 参数。仿真结果表明, 与传统算法相比, 所提算法具有更高的估计精度和更低的算法复杂度。

关键词: 极化敏感阵列; 单快拍; 不完全重合信号; DOA 估计; 极化平滑

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2021232

Research on single snapshot DOA estimation algorithm based on incompletely overlapped signal

QU Mingchao^{1,2}, SI Weijian^{1,2}, YUAN Yazhi^{1,2}

1. College of Information and Communication, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China

2. Key Laboratory of Advanced Marine Communication and Information Technology, Ministry of Industry and Information Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China

Abstract: To address the problem that traditional direction-of-arrival (DOA) estimation algorithms did not fully utilize the signal characteristics of active decoys and radar, which led to poor angular resolution of anti-radiation missile, a single snapshot direction finding algorithm for polarization sensitive array based on incompletely overlapped signals was proposed. Specifically, the signal data received by the array was firstly processed by polarization smoothing. After that, exploiting the signal characteristics of incompletely overlapped signals of radar and active decoys, the constructed conjugate replication augmented matrix was differentiated to obtain each signal's conjugate replication augmented matrix. Finally, DOA estimation results of each signal were acquired by solving a convex optimization problem. Numerical results demonstrate that the proposed method shows superior estimation accuracy and lower computational complexity compared with the conventional algorithms.

Keywords: polarization sensitive array, single snapshot, incompletely overlapped signal, DOA estimation, polarization smoothing

1 引言

为了有效应对反辐射导弹 (ARM, anti-radiation

missile) 的攻击, 雷达有源诱偏技术日趋成熟, 有源诱饵广泛应用于反辐射对抗中^[1]。由于诱饵布阵位置、反辐射武器袭击的方向等不利因素影响, 诱

收稿日期: 2021-05-12; 修回日期: 2021-08-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61971155); 黑龙江省自然科学基金资助项目 (No.JJ2019LH1760); 航空科学基金资助项目 (No.2019010P6001)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61971155), The Natural Science Foundation of Heilongjiang Province (No.JJ2019LH1760), The Aeronautical Science Foundation of China (No.2019010P6001)

饵信号前沿和雷达信号前沿同时到达的有源诱偏系统很难实现，而且为了保护雷达，在时域上，通常有源诱饵信号的前沿会超前雷达信号的前沿 $0.1 \sim 0.2 \mu\text{s}$ [2-3]。

ARM、雷达和有源诱饵的部署如图 1 所示。雷达和诱饵频率相同或接近，间距 d 通常为 $300 \sim 500 \text{ m}$ ，ARM 几乎同时接收到雷达和诱饵发射的电磁波信号，并对雷达和诱饵的合成信号进行（DOA, direction of arrival）估计，当 ARM 不能分辨出雷达和诱饵时，会瞄准两者能量重心进行攻击，攻击路线为 S 。2 个辐射源在角度间隔为 θ 时被区分开，ARM 以最大过载向其中一个目标引导攻击，攻击路径为 S' ，提高 ARM 的角分辨性能和估计精度可以降低 ARM 的脱靶概率。

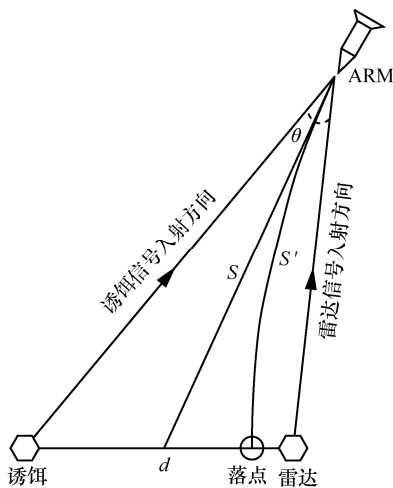


图 1 ARM、雷达和有源诱饵的部署示意

传统的反辐射导弹通过比幅比相法或干涉仪的方法进行测向，但其仅适用于单目标测向且测向精度有限。多重信号分类算法等子空间类算法^[4]利用子空间的正交性估计入射信号的来波方向，但在低信噪比和低快拍数情况下估计性能急剧下降，而且子空间类算法要求入射信号之间互不相关，但由于敌方干扰和多径等因素影响，相关信号是不可避免的。针对这些问题，文献[5-7]将稀疏表示理论应用在 DOA 估计中，显著改善了算法在低信噪比时的估计性能，但算法复杂度较高，不符合工程中实时性要求。

为了利用诱饵信号前沿会超前雷达信号前沿这一先验信息以提高算法的分辨能力，文献[8]利用雷达和诱饵时序不一致构成不完全重合信号的特点，提出了适用于标量阵列下的 TI-ESPRIT 算法，

在低信噪比和小快拍数情况下有更好的估计效果，但该算法仅适用于标量阵列。文献[9]利用斜投影技术，可以去除先验信息的影响，提高算法的分辨能力，但该算法在信号相关时会失效。

由于诱饵信号前沿只有 $0.1 \sim 0.2 \mu\text{s}$ ，此时阵列接收数据极其有限，要利用诱饵信号前沿会超前雷达信号前沿这一先验信息，就对小快拍测向提出了要求。单快拍测向是小快拍测向极限，单快拍测向可以通过减少采样数据点数降低资源消耗、提高算法实时性，也是当前的一个研究热点，学者们在多快拍 DOA 基础上提出了很多有实用价值的单快拍 DOA 估计。文献[10]对空间平滑算法进行改进，提出了一种基于单快拍的改进的空间平滑算法，提高了阵列孔径，可以利用单快拍数据进行测向。文献[11-12]仅利用阵列接收的一次快拍数据重构伪协方差矩阵，实时性好，对构造的伪协方差矩阵分解得到噪声子空间和信号子空间，并且不受信号之间相关性的影响，能够实现对相干信号的估计，但对信噪比要求较高，低信噪比情况下其性能急剧下降。文献[10-12]所提算法都是基于标量阵列的单快拍 DOA 估计算法，无法适用于极化敏感阵列的单快拍 DOA 估计。文献[13]提出了极化域平滑解相干算法（PSA, polarization smoothing algorithm），相对于空域平滑解相干算法，其有效孔径在平滑处理后没有损失，但极化域平滑算法在单快拍情况下估计性能急剧下降。文献[14]利用空域平滑的思想，在极化域中提出了一种单快拍的极化域平滑算法（SS-PSA, single snapshot PSA），该算法可以利用单快拍数据对极化敏感阵列下的相干信号进行估计，算法复杂度低，但该算法在低信噪比情况下估计效果差。

本文利用诱饵信号和雷达信号是不完全重合信号的特点，在单快拍的极化域平滑算法基础上，提出了基于不完全重合信号的单快拍 DOA 估计算法，该算法仅利用单快拍数据，实时性好，对间隔很近的相干信号有更好的分辨能力。

2 信号模型

考虑由 M 个极化敏感阵元组成的均匀线阵，极化敏感阵元是沿 x 轴方向和 y 轴方向的 2 个偶极子组成的正交偶极子对。天线阵列以原点为参考阵元，沿 x 轴正向均匀排布，阵元间距为 $\lambda/2$ ，如图 2 所示。

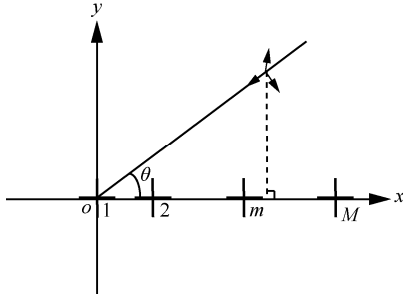


图 2 极化敏感阵列示意

假设在阵列远场处有 K 个窄带完全极化波点源信号，信号入射平面为 xoy 平面，第 k 个信号方位角为 θ_k ，极化辅助角和极化相位差分别为 γ_k 和 η_k 。方位角 $\theta_k \in [0, \pi]$ ，极化辅助角 $\gamma_k \in [0, \pi/2]$ ，极化相位差 $\eta_k \in [-\pi, \pi]$ 。假定阵列接收到的噪声为圆空-时-极化白噪声，且噪声与信号之间统计独立，则 t 时刻阵列接收信号矢量可表示为

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_{(\theta_k, \gamma_k, \eta_k)} \mathbf{s}_k(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t), k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

其中，使用的矩阵索引语法为 MATLAB 的矩阵索引语法； $\mathbf{X}(t)$ 为 $M \times 1$ 维的阵列接收数据矢量； $\mathbf{S}(t)$ 为 $K \times 1$ 维空间信号矢量； $\mathbf{N}(t)$ 为 $M \times 1$ 维的噪声数据矢量； \mathbf{A} 为阵列的 $M \times K$ 维导向矢量阵。

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_{(\theta_1, \gamma_1, \eta_1)}, \mathbf{a}_{(\theta_2, \gamma_2, \eta_2)}, \dots, \mathbf{a}_{(\theta_K, \gamma_K, \eta_K)}] \quad (2)$$

$\mathbf{a}_{(\theta_k, \gamma_k, \eta_k)}$ 为第 k 个信号的导向矢量，可表示为

$$\mathbf{a}_{(\theta_k, \gamma_k, \eta_k)} = \mathbf{a}_s(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_p(\theta_k, \gamma_k, \eta_k) \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)可得

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_s(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_p(\theta_k, \gamma_k, \eta_k) \mathbf{s}_k(t) + \mathbf{N}(t) \quad (4)$$

其中， \otimes 为克罗内克积。以坐标原点为参考点，第 k 个信号入射到天线阵列所在空间直角坐标系的传播矢量为 $\mathbf{r} = [\cos \theta_k, \sin \theta_k, 0]^T$ ；各阵元所在坐标位置矢量为 \mathbf{l}_m ，第 k 个信号的空间导向矢量为

$$\mathbf{a}_s(\theta_k) = e^{j2\pi/\lambda(\mathbf{l}_m \mathbf{r})} = [1 \ e^{j\pi \cos \theta_k} \ \dots \ e^{j(M-1)\pi \cos \theta_k}]^T \quad (5)$$

$\mathbf{a}_p(\theta_k, \gamma_k, \eta_k)$ 为极化-角度域导向矢量，对于正交偶极子对阵元，其可以表示为

$$\mathbf{a}_p(\theta_k, \varphi_k, \gamma_k, \eta_k) = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_k & \sin \theta_k \cos \varphi_k \\ \cos \varphi_k & \sin \theta_k \sin \varphi_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma_k \\ \sin \gamma_k e^{j\eta_k} \end{bmatrix} = \mathbf{v}(\theta_k, \varphi_k) \mathbf{h}(\gamma_k, \eta_k) \quad (6)$$

对于本文中的均匀线阵，由于信号入射平面为 xoy 平面，式(6)可写为

$$\mathbf{a}_p(\theta_k, \gamma_k, \eta_k) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \sin \theta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma_k \\ \sin \gamma_k e^{j\eta_k} \end{bmatrix} \quad (7)$$

3 算法原理与分析

3.1 极化敏感阵列的单快拍的 DOA 估计算法

若将空间阵列中沿 x 轴和沿 y 轴的 M 个偶极子分别构成一个均匀线阵，则如图 2 所示的阵列可以划分为 2 个极化-角度域匹配的子阵，利用这一特点可以实现极化域平滑。将阵列输出信号矢量的顺序进行调整，可得

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_p(\theta_k, \gamma_k, \eta_k) \otimes \mathbf{a}_s(\theta_k) \mathbf{s}_k(t) + \mathbf{N}(t) \quad (8)$$

为方便描述，阵列输出信号矢量和噪声矢量仍用 $\mathbf{X}(t)$ 和 $\mathbf{N}(t)$ 表示，且式(8)中各符号定义与式(4)完全相同。

第 k 个子阵的观测矢量 $\mathbf{X}_k(t)$ 可构造为 $\mathbf{X}_k(t) = \mathbf{J}_k \mathbf{X}(t)$ ，其中

$$\mathbf{J}_k = [\mathbf{O}_{M \times (k-1)M} \ \vdots \ \mathbf{I}_M \ \vdots \ \mathbf{O}_{M \times (2-k)M}], k = 1, 2 \quad (9)$$

其中， M 为极化敏感阵元数量。

将阵列接收数据矢量重新排列，得到新的阵列接收数据矢量为

$$\mathbf{X}_{ss}(t) = [\mathbf{X}_1(t) \ \mathbf{X}_2(t)] = [\mathbf{J}_1 \mathbf{X}(t) \ \mathbf{J}_2 \mathbf{X}(t)] \quad (10)$$

依据文献[14]的推导过程，新的阵列接收数据矢量可表示为

$$\mathbf{X}_{ss} = \mathbf{Q} \mathbf{A} \mathbf{P} \mathbf{B} + \mathbf{N}_s \quad (11)$$

其中，

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{a}_s(\theta_1) \ \mathbf{a}_s(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}_s(\theta_K)]$$

$$\mathbf{A} = \text{diag}(s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t))$$

$$\mathbf{P} = \text{diag}(\mathbf{h}^T(\gamma_1, \eta_1), \mathbf{h}^T(\gamma_2, \eta_2), \dots, \mathbf{h}^T(\gamma_K, \eta_K))$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T(\theta_1, \varphi_1) & \mathbf{v}_2^T(\theta_k, \varphi_k) \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{v}_1^T(\theta_K, \varphi_K) & \mathbf{v}_2^T(\theta_K, \varphi_K) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_s = [\mathbf{J}_1 \mathbf{N}(t) \ \mathbf{J}_2 \mathbf{N}(t)]$$

\mathbf{v}_1 和 \mathbf{v}_2 分别为 \mathbf{v} 的第一行和第二行。

利用空间共轭复制技术，构造一个共轭复制推广矩阵 \mathbf{X}_{aug} 为

$$\mathbf{X}_{aug} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{ss} \\ \mathbf{\Pi}_M \mathbf{X}_{ss}^* \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{aug} \mathbf{B} + \mathbf{N}_{aug} \quad (12)$$

对 \mathbf{X}_{aug} 按照前后向平滑的思想进行处理可得

$$\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}} = [\mathbf{X}_{\text{aug}} \quad \mathbf{\Pi}_{2M} \mathbf{X}_{\text{aug}} \mathbf{\Pi}_2]$$

其中, $\mathbf{\Pi}_M = \mathbf{I}_M(:, M:-1:1)$ 为 $M \times M$ 维置换矩阵, 其反对角元素均为 1, 其他元素均为 0。 $(\cdot)^*$ 代表复数共轭运算, $\mathbf{A}_{\text{aug}} \in \mathbb{C}^{2M \times 2K}$ 是一个中心对称阵列的方向矩阵, 即构造一个空间共轭复制虚拟阵列, 虚拟阵列的方向矩阵 \mathbf{A}_{aug} 满足平移不变性如下

$$\mathbf{J}_1^i \mathbf{A}_{\text{aug}} \boldsymbol{\Phi}_0 = \mathbf{J}_2^i \mathbf{A}_{\text{aug}} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{J}_1^i = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{J}_i, i=1,2, \mathbf{J}_1 = [\mathbf{I}_m \quad \mathbf{0}_{m \times 1}]$, $\mathbf{J}_2 = [\mathbf{0}_{m \times 1} \quad \mathbf{I}_m], m = M-1; \boldsymbol{\Phi}_0$ 为 $2K \times 2K$ 维对角矩阵, 推导可得

$$\boldsymbol{\Phi}_0 = \text{diag}\{e^{j\pi \cos \theta_1} \quad e^{j\pi \cos \theta_2} \quad \dots \quad e^{j\pi \cos \theta_k} \quad e^{j\pi \cos \theta_k}\}$$

对矩阵 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 进行奇异值分解, 其 $2K$ 个最大奇异值的左奇异向量构成矩阵 \mathbf{U}_{aug} , 由子空间的数学知识可得, $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 的信号子空间 \mathbf{U}_{aug} 与方向矩阵 \mathbf{A}_{aug} 满足 $\mathbf{U}_{\text{aug}} = \mathbf{A}_{\text{aug}} \mathbf{T}$, \mathbf{T} 为一个非奇异矩阵, 将其代入式(13)可得

$$\mathbf{J}_1^i \mathbf{U}_{\text{aug}} \boldsymbol{\Psi}_0 = \mathbf{J}_2^i \mathbf{U}_{\text{aug}} \quad (14)$$

其中, $\boldsymbol{\Psi}_0 = \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Phi}_0 \mathbf{T}$, $\boldsymbol{\Psi}_0$ 与 $\boldsymbol{\Phi}_0$ 是相似矩阵, 其特征值相同, 即求解 $\boldsymbol{\Psi}_0$ 的特征值得信号 DOA。

通过最小二乘估计的方法得到矩阵 $\boldsymbol{\Psi}_0$, 进而 $\theta_{k,i} = \cos^{-1}(\arg(\text{eig}(\hat{\boldsymbol{\Psi}}_0)) / \pi), k=1,2,\dots,K, i=1,2$, 最终求得 $\theta_k = (\theta_{k,1} + \theta_{k,2}) / 2$ 。

3.2 不完全重合信号的单快拍 DOA 估计算法

由于雷达信号和诱饵信号构成了不完全重合信号^[8], 可以利用协方差相减的思想, 提高算法的估计性能。假设数据被分为两段, 第一段包含 L 个辐射源, 第一段包含的信号源为 $\mathbf{S}_L(t)$; 第二段共包含 K 个辐射源 (其中第一段的 L 个辐射源在第二段中也存在), 第二段包含的两部分信号源分别为 $\mathbf{S}_L(t)$ 、 $\mathbf{S}_D(t)$, K, D, L 满足 $D=K-L$ 关系。若第二段包含的 K 个辐射源频率相同且采样时间相同, 则这 K 个辐射源是相干的。对式(8)中接收数据矢量 $\mathbf{X}(t)$ 进行准确分段, 对分段后的接收数据矢量重新排列, 式(10)中重新排列的接收数据可表示为

$$\mathbf{X}_{\text{ss}}^{DL}(t) = [\mathbf{J}_1 \mathbf{X}^{DL}(t) \quad \mathbf{J}_2 \mathbf{X}^{DL}(t)] \quad (15)$$

其中,

$$\mathbf{J}_1 \mathbf{X}^{DL}(t) = \mathbf{J}_1 [\mathbf{A}_D \quad \mathbf{A}_L] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_D(t) \\ \mathbf{S}_L(t) \end{bmatrix} + \mathbf{J}_1 \mathbf{N}(t) =$$

$$\mathbf{J}_1 \mathbf{A}_D \mathbf{S}_D(t) + \mathbf{J}_1 \mathbf{A}_L \mathbf{S}_L(t) + \mathbf{J}_1 \mathbf{N}(t)$$

$$\mathbf{J}_2 \mathbf{X}^{DL}(t) = \mathbf{J}_2 [\mathbf{A}_D \quad \mathbf{A}_L] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_D(t) \\ \mathbf{S}_L(t) \end{bmatrix} + \mathbf{J}_2 \mathbf{N}(t) =$$

$$\mathbf{J}_2 \mathbf{A}_D \mathbf{S}_D(t) + \mathbf{J}_2 \mathbf{A}_L \mathbf{S}_L(t) + \mathbf{J}_2 \mathbf{N}(t)$$

其中, \mathbf{A}_D 和 \mathbf{A}_L 分别为阵列流型矢量中不同的 D 列和 L 列; $\mathbf{X}^{DL}(t)$ 为阵列接收到 $D+L$ 个信号的数据; $\mathbf{X}^L(t)$ 为阵列接收到 L 个信号的数据。

当只有 L 个信号入射时, 式(10)中重新排列的接收数据可表示为

$$\mathbf{X}_{\text{ss}}^L(t) = [\mathbf{J}_1 \mathbf{X}^L(t) \quad \mathbf{J}_2 \mathbf{X}^L(t)] =$$

$$[\mathbf{J}_1 \mathbf{A}_L \mathbf{S}_L(t) + \mathbf{J}_1 \mathbf{N}^L(t) \quad \mathbf{J}_2 \mathbf{A}_L \mathbf{S}_L(t) + \mathbf{J}_2 \mathbf{N}^L(t)] \quad (16)$$

将式(15)和式(16)相减, 可得

$$\mathbf{X}_{\text{ss}}^{DL}(t) - \mathbf{X}_{\text{ss}}^L(t) =$$

$$[\mathbf{J}_1 \mathbf{A}_D \mathbf{S}_D(t) + \mathbf{J}_1 \mathbf{N}^D(t) \quad \mathbf{J}_2 \mathbf{A}_D \mathbf{S}_D(t) + \mathbf{J}_2 \mathbf{N}^D(t)] \quad (17)$$

其中, $\mathbf{N}^D(t)$ 表示 2 个噪声数据矩阵相减后的结果, 若噪声统计特性不变, 则其为零矩阵。同式(16), 可得只有 D 个信号入射的重新排列数据矩阵, 即

$$\mathbf{X}_{\text{ss}}^D(t) = [\mathbf{J}_1 \mathbf{A}_D \mathbf{S}_D + \mathbf{J}_1 \mathbf{N}^D(t) \quad \mathbf{J}_2 \mathbf{A}_D \mathbf{S}_D + \mathbf{J}_2 \mathbf{N}^D(t)] =$$

$$\mathbf{X}_{\text{ss}}^{DL}(t) - \mathbf{X}_{\text{ss}}^L(t) \quad (18)$$

显而易见, \mathbf{X}_{aug} 和 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 也满足这样的关系, 可以发现, 当已知 K 个信号的共轭复制增广矩阵和 L 个信号的共轭复制增广矩阵时, 即可求出其他 D 个信号的共轭复制增广矩阵。因此可以利用不完全重合信号的这个特点, 根据上述算法, 分别求出雷达和诱饵的入射角度。

本文算法通过共轭复制增广矩阵相减能提高算法的估计性能, 这是因为在共轭复制增广矩阵相减的过程中, 减少了噪声对剩余 D 个信号的影响。而且通过共轭复制增广矩阵相减, 将 K 个信号的 DOA 估计转换为对 D 个信号和 L 个信号的 DOA 估计, 有利于提高算法的分辨角。

基于不完全重合信号的单快拍极化平滑 DOA 估计算法步骤如下。

1) 从 t 时刻的阵列接收数据矢量 $\mathbf{X}(t)$, 构造新的阵列接收数据矢量为

$$\mathbf{X}_{\text{ss}}(t) = [\mathbf{X}_1(t) \quad \mathbf{X}_2(t)] = [\mathbf{J}_1 \mathbf{X}(t) \quad \mathbf{J}_2 \mathbf{X}(t)]$$

2) 构造 t 时刻的虚拟增广矩阵 \mathbf{X}_{aug} 为

$$\mathbf{X}_{\text{aug}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\text{ss}} \\ \mathbf{\Pi}_M \mathbf{X}_{\text{ss}}^* \end{bmatrix}$$

3) 对虚拟增广矩阵进行差分, 计算每段信号的虚拟增广矩阵, 然后对每段信号的虚拟增广矩阵执行步骤 4)~步骤 7), 计算每段信号的 DOA 估计值。

4) 对虚拟增广矩阵进行前后向平滑, 构造 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 为

$$\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}} = [\mathbf{X}_{\text{aug}} \quad \mathbf{\Pi}_{2M} \mathbf{X}_{\text{aug}} \mathbf{\Pi}_2]$$

5) 对 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 进行奇异值分解, 选取其中其 $2D$ 或 $2L$ 个最大奇异值的左奇异向量构成矩阵 \mathbf{U}_{aug} 。

6) 通过最小二乘估计的方法得到矩阵 Ψ_0 , 令 $\mathbf{U}_1(t) = \mathbf{J}_{\text{aug}}^1 \mathbf{U}_{\text{aug}}, \mathbf{U}_2(t) = \mathbf{J}_{\text{aug}}^2 \mathbf{U}_{\text{aug}}$, 则

$$\Psi_0 = [\mathbf{U}_1^H(t) \mathbf{U}_1(t)]^{-1} \mathbf{U}_1^H(t) \mathbf{U}_2(t)$$

7) 对 Ψ_0 进行特征值分解, 求特征值对应相位即对应相位时延, 转换可求出信号 DOA。

$$\theta_{k,i} = \cos^{-1}(\arg(\text{eig}(\hat{\Psi}_0)) / \pi), i = 1, 2$$

$$\theta_k = (\theta_{k,1} + \theta_{k,2}) / 2, k = 1, 2, \dots, D \text{ 或 } L$$

3.3 计算量分析与比较

本文对各种算法计算复杂度进行分析时, 由于乘法运算的计算量远大于加法运算的计算量, 因此不考虑加减法运算的计算量。下面对 PSA 和不完全重合信号的单快拍 DOA 估计算法的各部分进行分析, 以比较其算法复杂度的区别。

极化域平滑解相干算法各步骤运算量如表 1 所示, 主要包括以下几个部分。

表 1 极化域平滑解相干算法各步骤运算量

步骤	复数乘法运算量
协方差矩阵	$2M^2$
特征值分解	$20M^3 - 20M^2$
单次谱峰搜索	$M^3 / 2 + 2M^2 + 39M$
搜索点数	121

1) 计算单快拍的阵列接收数据协方差矩阵 \mathbf{R} 需要复数乘法次数为 $M^2 I$, M 为阵元数, I 为子阵数量, 本文中 I 取值为 2。

2) 对埃尔米特矩阵 \mathbf{R} 进行特征值分解, 采用二阶主子阵实数化法与 Jacobi 方法相结合的特征值分解方法不仅精度高而且实时性好^[15]。特征值范分解的运算量与遍历的次数有关, 当遍历次数为 4 时,

复数乘法运算量约为 $20M^3 - 20M^2$ 。

3) 谱峰搜索的运算量与搜索步长紧密相关, 计算每个谱峰点所需的复数乘法为 $M^3 / 2 + 2M^2 + 39M$, 若方位角搜索范围为 $30^\circ \sim 150^\circ$, 搜索步长为 1° , 搜索点数为 121。

通过表 1 可以发现, 谱峰搜索的点数决定了极化域平滑解相干算法的总的运算量。虽然可采用大步长进行粗搜索, 小步长进行精搜索的方法降低极化域平滑解相干算法的搜索点数, 但这种方式在多个信源同时存在时不适用, 采用大步长进行搜索容易将多个信号的谱峰进行融合, 导致其估计错误。

在相同阵元数条件下, 虚拟极化域平滑解相干算法构造的信号矢量长度是极化域平滑解相干算法构造的信号矢量长度的 2 倍, 因此可将表 1 中的 M 用 $2M$ 代替, 估算出虚拟极化域平滑解相干算法的运算量大致是极化域平滑解相干算法的 4 倍。虚拟空域平滑算法构造的信号矢量长度是极化域平滑解相干算法构造的信号矢量长度的 4 倍, 因此可将表 1 中的 M 用 $4M$ 代替, 估算出虚拟空域平滑算法的运算量大致是极化域平滑解相干算法的 25 倍。

不完全重合信号的单快拍 DOA 估计算法运算量如表 2 所示, 主要包括以下几个部分。

表 2 不完全重合信号的单快拍 DOA 估计算法运算量

步骤	复数乘法运算量
奇异值分解	$20M^3 - 4M^2$
求解矩阵 Ψ_0	$24(M-1) + 16 / 3$
循环次数	K

1) 对虚拟增广矩阵进行差分后, 每段信号都需要对 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 进行奇异值分解和求解矩阵 Ψ_0 , Ψ_0 为 2×2 维矩阵, 其特征分解的运算量可忽略不计。假设每段信号的信号数量为 1, 则对 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 进行奇异值分解和求解矩阵 Ψ_0 的运算需要循环 K 次。

2) 对 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 进行奇异值分解。本文中 $\mathbf{X}_{\text{aug}}^{\text{FB}}$ 为 $2M \times 4$ 维矩阵, 进行奇异值分解需要一次矩阵乘法和特征值分解, 需要复数乘法次数为 $20M^3 - 4M^2$ 。

3) 求解矩阵 Ψ_0 。计算 $\mathbf{U}_1^H(t) \mathbf{U}_1(t)$ 和 $\mathbf{U}_1^H(t) \mathbf{U}_2(t)$ 均需要 $2K_1 \times 2(M-1) \times 2K_1$ 次复数乘法, 对 $\mathbf{U}_1^H(t) \mathbf{U}_1(t)$ 求逆需要 $2(2K_1)^3 / 3$ 次复数乘法, 计算 $[\mathbf{U}_1^H(t) \mathbf{U}_1(t)]^{-1} \mathbf{U}_1^H(t) \mathbf{U}_2(t)$ 需要 $2K_1 \times 2(M-1) \times 2K_1$ 次复数乘法。求解矩阵 Ψ_0 共需要 $24K_1^2(M-1) +$

$16K_1^3/3$ 次复数乘法。 K_1 为待估计信号数量，由于每段信号的数量假设为 1， K_1 的取值为 1。

当阵元数 M 为 7，信号数量 K 为 2 时，根据表 1 和表 2 中的各步骤运算量，可得本文算法的计算量是极化域平滑解相干算法计算量的 19%，是虚拟极化域平滑解相干算法计算量的 5%。

4 仿真验证

考虑由正交偶极子对组成的均匀线阵，阵元间隔 $d = \lambda/2$ ，正交偶极子对沿 x 轴正向均匀排布，偶极子指向为沿 x 轴方向和沿 y 轴方向，考虑窄带远场相干信号个数为 2，相干系数 $g = \exp(j\pi/4)$ 。

4.1 信噪比对算法估计性能影响

考虑由 7 个正交偶极子对组成的均匀线阵，假设在远场处 2 个窄带等功率的点源入射到阵列上，且阵列对信号单快拍取样，搜索步长为 1° ，为了避免信号方位角落在搜索网格点上，信号的方位角参数设置为 $(70.5^\circ, 115.5^\circ)$ ，极化参数 (γ, η) 分别为 $(20^\circ, 30^\circ)$ 和 $(70^\circ, 120^\circ)$ ，信号频率为 3.5 GHz。进行 1 000 次蒙特卡罗仿真，将本文算法与虚拟极化域平滑算法、虚拟空域平滑算法、极化域平滑的 ESPRIT (PS-ESPRIT) 算法对比。信噪比对正确分辨概率和均方根误差的影响分别如图 3 和图 4 所示。

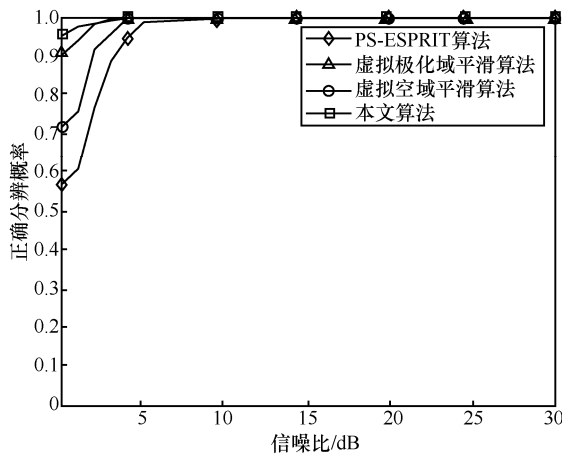


图 3 信噪比对正确分辨概率的影响

从图 3 和图 4 可以看出，在低信噪比情况下，本文算法有更好的分辨概率和均方根误差，由于本文算法对构造的共轭复制增广矩阵进行相减，使噪声的影响降到最小，因此在低信噪比情况下有更好的估计性能。

4.2 角度间隔对算法估计性能影响

假设在远场处 2 个窄带等功率的点源入射到阵

列上，且阵列对信号单快拍取样，其中一个信号的方位角固定在 90.5° ，另一个信号的方位角由 91.5° 增加到 120.5° ，信噪比为 5 dB，其他条件与 4.1 节实验保持一致。为了验证算法估计性能，进行了 1 000 次蒙特卡罗仿真，将本文算法与虚拟极化域平滑算法、虚拟空域平滑算法、PS-ESPRIT 算法对比。角度间隔对正确分辨概率的影响如图 5 所示。

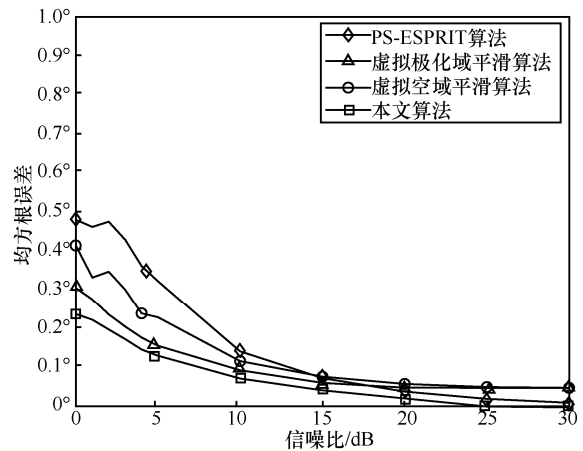


图 4 信噪比对均方根误差的影响

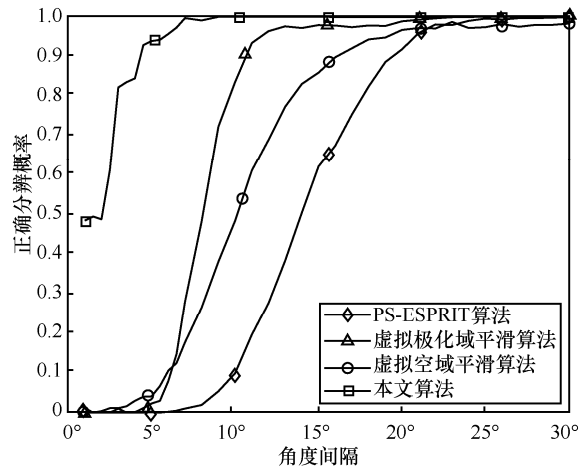


图 5 角度间隔对正确分辨概率的影响

从图 5 中可以看出，当 2 个信号源的间隔达到 3° 时，本文算法对 2 个信号的正确分辨概率就可以达到 80%，远高于其他算法的正确分辨概率。一方面是由于本文算法对构造的共轭复制增广矩阵进行相减，使噪声的影响降到最小；另一方面在相减的过程中，减少了每次待估计的信号的数量，因此在很小的角度间隔下也有很高的正确分辨概率。

4.3 阵元数量对算法估计性能影响

假设在远场处 2 个窄带等功率的点源入射到阵列上，且阵列对信号单快拍取样，信号的方位角参

数为 $(90.5^\circ, 110.5^\circ)$ ，极化参数 (γ, η) 分别为 $(20^\circ, 30^\circ)$ 和 $(70^\circ, 120^\circ)$ ，信号频率为 3.5 GHz，信噪比为 5 dB。进行 1 000 次蒙特卡罗仿真，将本文算法与虚拟极化域平滑算法、虚拟空域平滑算法、PS-ESPRIT 算法对比。阵元数量对正确分辨概率和估计均方根误差的影响分别如图 6 和图 7 所示。

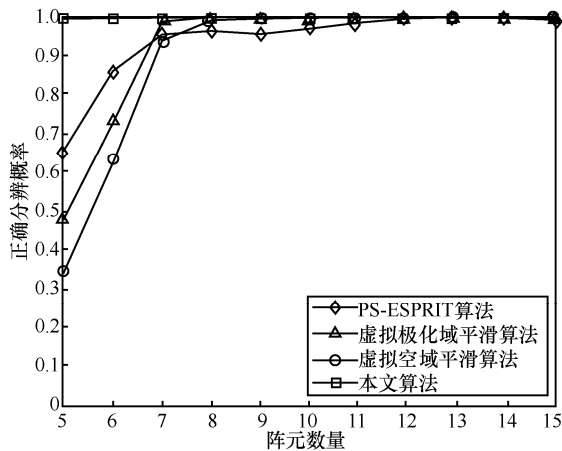


图 6 阵元数量对正确分辨概率的影响

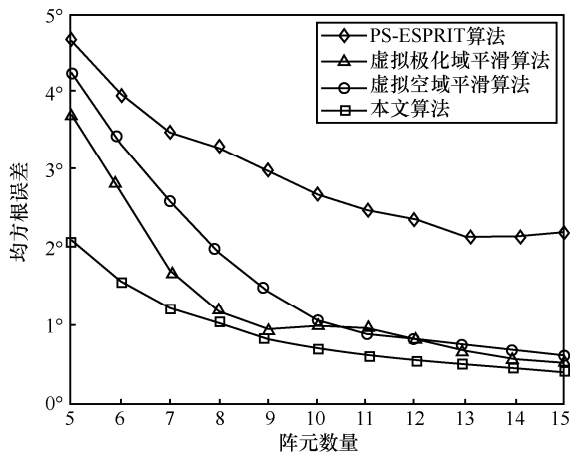


图 7 阵元数量对估计均方根误差的影响

从图 6 和图 7 中可以看出，随阵元数量的增加，估计均方根误差呈降低趋势，本文算法的均方根误差始终比虚拟空域平滑算法和虚拟极化平滑算法低。由于 PS-ESPRIT 算法不使用谱峰搜索，通过求解一个凸优化问题得到信号的 DOA 估计结果，因此 PS-ESPRIT 算法估计精度劣于虚拟空域平滑算法和虚拟极化平滑算法，本文算法对构造的共轭复制增广矩阵进行相减，减小了噪声的影响，估计精度和估计正确概率要优于其他算法。

4.4 快拍累积对算法估计性能影响

假设在远场处 2 个窄带等功率的点源入射到阵

列上，信号的方位角参数为 $(90.5^\circ, 110.5^\circ)$ ，极化参数 (γ, η) 分别为 $(20^\circ, 30^\circ)$ 和 $(70^\circ, 120^\circ)$ ，信号频率为 3.5 GHz，信噪比为 5 dB，快拍数为 5。为了验证算法估计性能，进行 1 000 次蒙特卡罗仿真，将本文算法与虚拟极化域平滑算法、虚拟空域平滑算法、PS-ESPRIT 算法对比。快拍累积对正确分辨概率和估计均方根误差的影响分别如图 8 和图 9 所示。

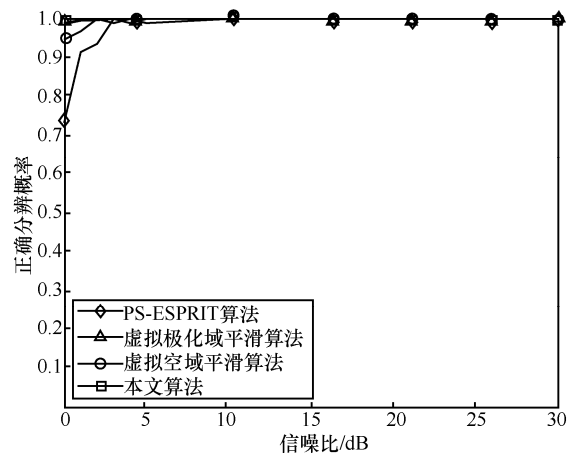


图 8 快拍累积对正确分辨概率的影响

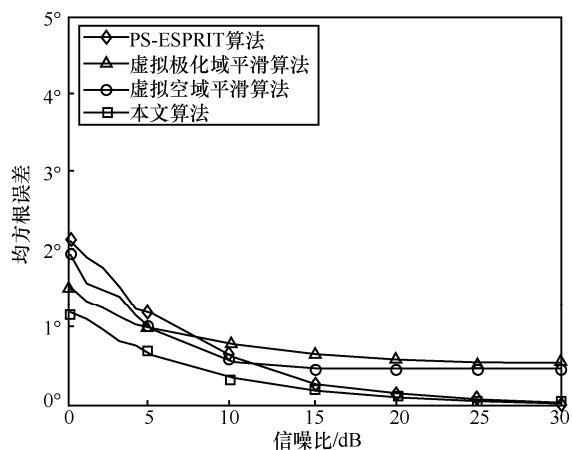


图 9 快拍累积对估计均方根误差的影响

分析图 8 和图 9 可得，通过多次采样对阵列接收信号进行累积，可以降低噪声影响，提高信噪比。虽然本文算法适用于单快拍，但在阵列接收数据极其有限却不为单快拍时，由于本文算法对信号形式没有限制，可以使用不同时间采样点的数据，快拍的累积可以降低噪声的影响，因此在短快拍时本文算法理论上依然有很好的估计性能。本节对信噪比为 5 dB、5 次快拍累计情况下算法性能进行仿真，仿真结果与分析一致，证明快拍累积有利于本文算法的估计性能。

5 结束语

本文根据有源诱饵信号和雷达信号在频域上相同或接近, 在时域上有源诱饵信号超前雷达信号等特征, 提出了一种基于不完全重合信号的单快拍 DOA 估计算法。仿真结果表明, 该算法在低信噪比和较少阵元数情况下有更优越的估计性能, 而且本文算法可以分辨角度间隔达到 3° 的 2 个信号。虽然本文算法基于单快拍数据, 但快拍的累积有利于提高算法估计性能。由于该算法在单快拍情况下通过求解凸优化问题得到信号 DOA 估计结果, 不需要进行谱峰搜索, 算法实时性好, 适用于雷达、ARM 等阵列天线系统接收数据有限的应用场景。

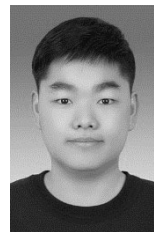
参考文献:

- [1] 刘朋, 王永海, 刘国彬, 等. 有源诱饵的生存概率统计方法研究[J]. 航天电子对抗, 2018, 34(3): 13-16, 39.
LIU P, WANG Y H, LIU G B, et al. Research on survival probability statistical method of active decoy[J]. Aerospace Electronic Warfare, 2018, 34(3): 13-16, 39.
- [2] 梁永生, 刘俊, 朱全江. 反辐射武器抗诱饵技术[J]. 电子信息对抗技术, 2017, 32(3): 36-41.
LIANG Y S, LIU J, ZHU Q J. Technology of anti-radiation weapons against active decoys[J]. Electronic Information Warfare Technology, 2017, 32(3): 36-41.
- [3] ZHOU W G, LUO J R, JIA Y G, et al. Performance evaluation of radar and decoy system counteracting antiradiation missile[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 2026-2036.
- [4] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [5] LIU F L, PENG L, WEI M, et al. An improved 11-svd algorithm based on noise subspace for DOA estimation[J]. Progress in Electromagnetics Research C, 2012, 29: 109-122.
- [6] WU X H, ZHU W P, YAN J. Direction of arrival estimation for off-grid signals based on sparse Bayesian learning[J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(7): 2004-2016.
- [7] 高阳, 陈俊丽, 杨广立. 基于酉变换和稀疏贝叶斯学习的离格 DOA 估计[J]. 通信学报, 2017, 38(6): 177-182.
GAO Y, CHEN J L, YANG G L. Off-grid DOA estimation algorithm based on unitary transform and sparse Bayesian learning[J]. Journal on Communications, 2017, 38(6): 177-182.
- [8] 司伟建, 王利伟, 万良田. 基于雷达与诱饵时序不一致的 DOA 估计算法[J]. 弹箭与制导学报, 2013, 33(6): 144-148.
SI W J, WANG L W, WAN L T. Algorithm for DOA estimation based on time inconsistency signals of radar and decoy[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2013, 33(6): 144-148.
- [9] HOU H J, MAO X P, LIU Y T. Oblique projection for direction-of-arrival estimation of hybrid completely polarised and partially

polarised signals with arbitrary polarimetric array configuration[J]. IET Signal Processing, 2017, 11(8): 893-900.

- [10] THAKRE A, HAARDT M, GIRIDHAR K. Single snapshot spatial smoothing with improved effective array aperture[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(6): 505-508.
- [11] 谢鑫, 李国林, 刘华文. 采用单次快拍数据实现相干信号 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(3): 604-608.
XIE X, LI G L, LIU H W. DOA estimation of coherent signals using one snapshot[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(3): 604-608.
- [12] LIAO W J, FANNJIANG A. MUSIC for single-snapshot spectral estimation: stability and super-resolution[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2016, 40(1): 33-67.
- [13] RAHAMIM D, TABRIKIAN J, SHAVIT R. Source localization using vector sensor array in a multipath environment[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(11): 3096-3103.
- [14] YU F, TAO J W. Direction finding and subspace tracking of coherent signals based on single snapshot polarization smoothing algorithm[C]//2011 International Conference on Computer, Electrical, and Systems Sciences, and Engineering, 2011:248-251.
- [15] 曾富红, 司伟建, 曲志昱. 基于 Hermitian 矩阵的特征分解算法[J]. 沈阳大学学报(自然科学版), 2016, 28(6): 512-517.
ZENG F H, SI W J, QU Z Y. Eigendecomposition algorithm based on Hermitian matrix[J]. Journal of Shenyang University (Natural Science), 2016, 28(6): 512-517.

[作者简介]



曲明超 (1998-), 男, 河南南阳人, 哈尔滨工程大学博士生, 主要研究方向为阵列信号处理、极化敏感阵列 DOA 估计等。



司伟建 (1971-), 男, 黑龙江哈尔滨人, 博士, 哈尔滨工程大学研究员, 主要研究方向为阵列信号处理、宽带信号检测、信号分选、数字信道化等。



袁雅芝 (1998-), 女, 河北保定人, 哈尔滨工程大学硕士生, 主要研究方向为阵列信号处理、DOA 估计解相干算法。